

4. НАЧАЛЬНЫЕ СВЕДЕНИЯ О ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ НЕИЗМЕНЯЕМОСТИ СТЕРЖНЕВЫХ СИСТЕМ

4.1 Жёсткий диск

Фрагмент стержневой системы, расстояние между любыми двумя точками которого может изменяться только за счёт деформаций, называется **жёстким диском** (рис.4.1). Иными словами, взаимные перемещения точек жёсткого диска невозможны, если его материал является абсолютно жёстким.

Примерами жёстких дисков являются фрагмент стержневой системы, не содержащий шарниров, и шарнирный треугольник (рис.4.2). Не являются жёсткими дисками два стержня, соединяющиеся шарнирным узлом, и шарнирный прямоугольник (рис.4.3).

Действительно, в первых двух примерах взаимное сближение или удаление, например, точек А и В возможно только за счёт деформирования стержней, а в последних двух – и без него.

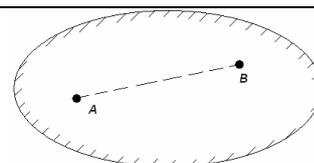


Рис.4.1 Жесткий диск

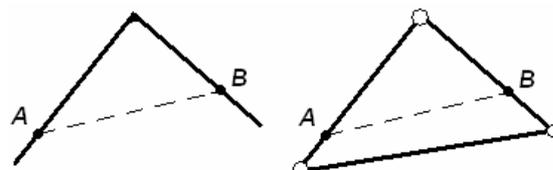
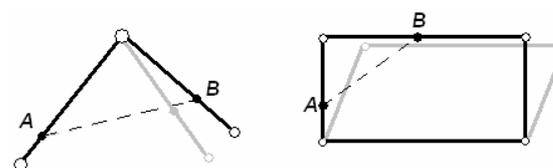


Рис.4.2 Примеры жёстких дисков



$|AB| \neq const$

Рис.4.3 Примеры фрагментов стержневых систем, не являющихся жёсткими дисками

4.2 Геометрическая неизменяемость

Стержневая система, которая не может иметь перемещений без деформаций, называется **геометрически неизменяемой**. Иными словами, геометрически неизменяемая система не может иметь перемещений, если материал её стержней является абсолютно жёстким.

Строительные конструкции должны быть геометрически неизменяемыми. **Геометрически изменяемые** системы называются **механизмами**.



Рис.4.4 Примеры геометрически неизменяемой (сверху) и геометрически изменяемой (снизу) систем

4.3 Геометрическая неизменяемость однодисковой системы

Для обеспечения геометрической неизменяемости плоской системы, состоящей из одного диска, следует прикрепить его к основанию (или другой неподвижной поверхности) как минимум тремя связями, не параллельными и не пересекающимися в одной точке.

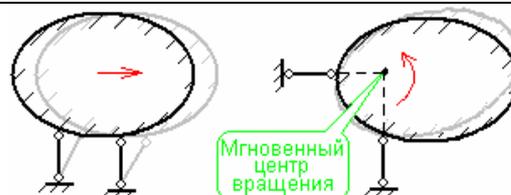


Рис.4.5 Примеры геометрически изменяемых однодисковых систем с недостаточным числом (менее трёх) наложенных связей

Абсолютно жёсткое тело имеет на плоскости три степени свободы, поэтому для того, чтобы диск не имел возможности перемещаться как жёсткое целое, его и следует закрепить как минимум тремя связями. При меньшем числе связей диск сохраняет способность перемещаться как жёсткое целое (рис.4.5).

Если число связей достаточно (больше либо равно трём), но они параллельны, диск способен перемещаться как жёсткое целое в направлении, перпендикулярном направлению связей (рис.4.6).

Если число связей достаточно (больше либо равно трём), но линии их действия пересекаются в одной точке, диск способен поворачиваться как жёсткое целое вокруг этой точки (рис.4.6).

Также приведём в качестве примера табуретку (рис.4.7). Табуретка должна иметь как минимум три ножки, при меньшем числе ножек она будет падать. Однако если расположить места крепления всех ножек табуретки к сидению на одной прямой, то табуретка будет падать независимо от числа ножек.

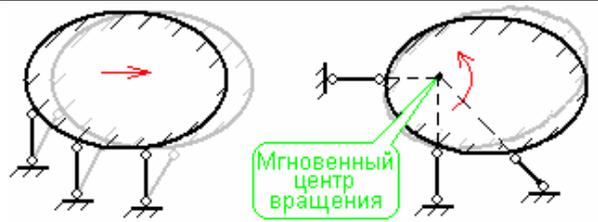


Рис.4.6 Примеры геометрически изменяемых однодисковых систем с достаточным числом связей (равным трём) при их неправильном расположении

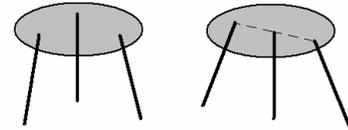


Рис.4.7 Правильное и неправильное расположение ножек табуретки

4.4 Геометрическая неизменяемость многодисковой системы

В роли связей, обеспечивающих геометрическую неизменяемость системы, состоящей из нескольких дисков, выступают не только опорные крепления, но и шарниры, соединяющие диски между собой (**междисковые шарниры**).

Каждый одиночный междисковый шарнир (т.е. при кратности $n_{ш} = 1$) соответствует двум связям, поскольку он препятствует взаимному смещению соединяемых им точек дисков в двух направлениях (вертикальном и горизонтальном). Как известно, шарнир кратности $n_{ш}$ может быть условно заменён $n_{ш}$ одиночными шарнирами. Соответственно, шарнир кратности $n_{ш}$ соответствует $2n_{ш}$ связям.

Для обеспечения геометрической неизменяемости плоской стержневой системы, на каждый её диск должно быть также наложено как минимум три связи, поэтому общее число связей должно быть не меньше утроенного числа дисков, т.е.:

$$\underbrace{n_{p.опор} + 2\sum n_{ш}}_{\text{число связей}} \geq \underbrace{3n_d}_{\substack{\text{суммарное} \\ \text{число степеней} \\ \text{свободы}}}, \quad (1)$$

где: $n_{p.опор}$ - число реакций опор или, что тоже самое, опорных связей, $\sum n_{ш}$ - суммарная кратность междисковых шарниров (рис.4.8), n_d - число дисков.

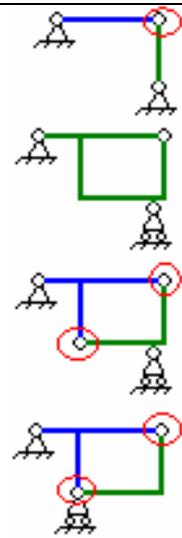


Рис.4.8. Примеры стержневых систем с шарнирами, являющимися и не являющимися междисковыми. Междисковые шарниры обведены красными овалами. Жёсткие диски выделены цветом.

4.5 Необходимость и достаточность условия геометрической изменяемости системы

Выполнение неравенства (1) гарантирует, что в системе имеется достаточно связей, чтобы обеспечить её геометрическую неизменяемость. Однако правильность расстановки связей при этом нужно проверять дополнительно. Поэтому неравенство (1) является необходимым, но не достаточным для геометрической неизменяемости системы.

Иными словами, выполнение неравенства (1) не гарантирует, что связи, наложенные на диски, не лежат на одной прямой и не пересекаются в одной точке.