

2. ОБЩАЯ ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ РАСЧЁТА СТЕРЖНЕВОЙ СИСТЕМЫ. СТАТИЧЕСКАЯ ОПРЕДЕЛИМОСТЬ

2.1 Неизвестные в задачах расчёта стержневых систем

Рассмотрим произвольную плоскую стержневую систему, подверженную действию заданной нагрузки (рис.2.1).

Для каждого стержня зададим ось x , совпадающую с его осью. Положительное направление оси x часто обозначают пунктиром, поставленным так, чтобы при движении вдоль оси x в положительном направлении пунктир был справа.

Для каждого стержня следует найти функции:

- перемещений $u(x)$, $v(x)$, $\theta(x)$;
- деформаций $\varepsilon(x)$, $\kappa(x)$, $\gamma(x)$;
- внутренних усилий $M(x)$, $Q(x)$, $N(x)$.

Особенностью стержневых систем является то, что в них все неизвестные функции являются функциями одной переменной.

Из найденных внутренних усилий по известным из сопротивления материалов зависимостям в сечениях стержней могут быть определены нормальные и касательные напряжения.

Обозначения: $u(x)$ -перемещения вдоль оси стержня, $v(x)$ -перемещения поперёк оси стержня, $\theta(x)$ -углы поворота сечений стержня, $\varepsilon(x)$ - продольные деформации, $\kappa(x)$ - деформации изгиба, $\gamma(x)$ -деформации сдвига, $M(x)$ - изгибающие моменты, $Q(x)$ –перерезывающие (поперечные) усилия, $N(x)$ -продольные усилия.

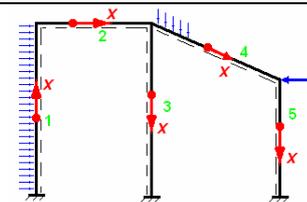


Рис.2.1. Стержневая система

2.2 Уравнения задачи строительной механики

Для нахождения функций перемещений, деформаций и внутренних усилий используется система уравнений, состоящая из трёх групп уравнений:

- уравнения равновесия;
- уравнения геометрии;
- уравнения физики.

Уравнения равновесия записываются для любого малого фрагмента стержня и связывают внутренние усилия и внешнюю нагрузку. Поскольку вся система находится в равновесии, любой её фрагмент должен находиться в равновесии. Число уравнений равновесия совпадает с числом степеней свободы рассматриваемого фрагмента (т.е. равно трём для плоской задачи), т.к. каждое уравнение обеспечивает равновесие по направлению соответствующей степени свободы. К

уравнениям равновесия относится, например, известное из сопротивления материалов соотношение $Q(x) = \frac{dM(x)}{dx}$,

обеспечивающее равновесие бесконечно малого фрагмента на поворот.

Уравнения геометрии связывают перемещения и деформации. Сюда, например, относится известная из сопротивления материалов зависимость между перемещениями вдоль оси стержня и продольными деформациями $\varepsilon(x) = \frac{du(x)}{dx}$.

Уравнения физики связывают деформации и внутренние усилия. Например, в случае справедливости закона Гука для продольных деформаций стержня эта связь записывается в виде $N(x) = EF\varepsilon(x)$, где EF – жёсткость стержня на растяжение-сжатие (E -модуль упругости материала стержня, F -площадь поперечного сечения).

Систему уравнений дополняют граничными условиями – условиями закрепления к основанию и соединения стержней между собой.

Например, в жёсткой заделке все три функции перемещений $u(x)$, $w(x)$, $\theta(x)$ задаются равными нулю, а в сечениях всех стержней, примыкающих к одному жёсткому узлу, эти перемещения должны быть одинаковыми.

Таким образом, перемещения, деформации и внутренние усилия, являющиеся решением задачи, должны удовлетворять уравнениям равновесия, геометрии и физики, а также граничным условиям.

Полная система уравнений и граничных условий задачи строительной механики стержневых систем в строгом виде приводится, например, в книге Л.А.Розина «Теоремы и методы статики деформируемых систем», СПб, 1976.

2.3 Статически определимые задачи строительной механики

Существует класс стержневых систем, в которых уравнения равновесия образуют автономную систему относительно внутренних усилий. Такие системы называют **статически определимыми**. Иными словами, внутренние усилия в статически определимых системах могут быть найдены исключительно из уравнений равновесия, без использования уравнений физики и геометрии. Уравнения геометрии и физики используются в статически определимых системах только для нахождения перемещений и деформаций. Для определения внутренних усилий в **статически неопределимых системах** вместе с уравнениями равновесия приходится использовать уравнения физики и геометрии.

2.4 Свойства статически определимых систем

Жёсткости стержней, температура, смещения опор в уравнениях равновесия не фигурируют. Поскольку в статически определимых системах внутренние усилия определяются исключительно уравнениями равновесия, жёсткости стержней, изменение температуры, смещения в опорах на внутренние усилия в статически определимых системах никак не влияют.

Понятно, что это свойство не распространяется на перемещения и деформации.

Следовательно, важнейшим достоинством статически определимых систем является то, что в них не возникают внутренние усилия при изменении температуры и неравномерной осадке опор. Поэтому, сооружения и конструкции, подверженные таким воздействиям значительной величины, следует стремиться проектировать статически определимыми.

Важнейшим недостатком статически определимых систем является то, что удаление (выход из строя) хотя бы одной связи в них приводит к потере такой системой несущей способности (см. гл. 4 и 5).