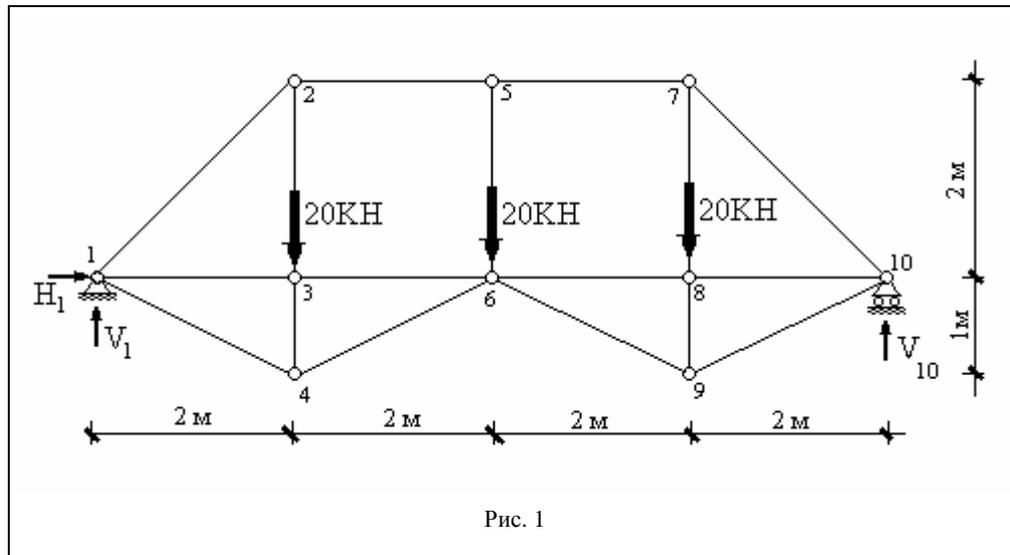


Пример статического расчета фермы

Выполним статический расчет фермы, изображенной на рис.1.



Для данной фермы $n_{ст} = 17$, $n_{узн} = 10$, $n_{оп.св.} = 3$. Необходимое условие статической определимости и геометрической неизменяемости фермы выполняется: $17 = 10 \cdot 2 - 3 = 17$.

Теперь исследуем правильность расстановки связей в ферме. Данная ферма образована двумя жесткими дисками. Контур первого из них ограничен узлами 1,4,6,5,2. Действительно, жесткий диск образован тремя шарнирными треугольниками, к которым двумя стержнями, не лежащими на одной прямой, присоединен узел 5. Второй диск, контур которого ограничен узлами 6,8,7,10,9, также образован тремя шарнирными треугольниками, т.е. представляет собой простейшую ферму. Два диска соединены между собой тремя связями, линии действия которых не параллельны и не пересекаются в одной точке: в узле 6 (шарнирный узел, как известно, соответствует двум связям, препятствующим взаимному смещению соединяемых им дисков по вертикали и по горизонтали) и стержнем 5-7. Таким образом, вся конструкция также представляет собой жесткий диск. Он прикреплен к основанию тремя связями, линии действия которых не параллельны и не пересекаются в одной точке. Следовательно, на основе структурного анализа можно сделать вывод, что данная ферма является геометрически неизменяемой.

Определим опорные реакции в ферме. Горизонтальная нагрузка на систему отсутствует, следовательно горизонтальная реакция в левой опоре равна нулю $H_1 = 0$. Поскольку данная ферма симметрична и находится под действием симметричной нагрузки, очевидно, вертикальные реакции V_1 и V_{10} должны быть равными. Найдем их из уравнения проекций всех действующих на систему сил на вертикальную ось: $V_1 + V_{10} = 3 \cdot 20 \text{ кН}$. Следовательно, $V_1 = V_{10} = 30 \text{ кН}$.

Теперь приступим к определению усилий в стержнях фермы. Прежде всего выделим нулевые стержни. Из рассмотрения узла 5 на основании признака

2 нулевых стержней следует, что стержень 5-6 нулевой.

Мысленно рассежем ферму сечением, изображенным на рис.2 и рассмотрим равновесие левой части. Напомним, что положительное значение продольного усилия соответствует растяжению стержня, а отрицательное - сжатию. Поэтому при составлении уравнений равновесия будем считать неизвестные стержневые усилия растягивающими.

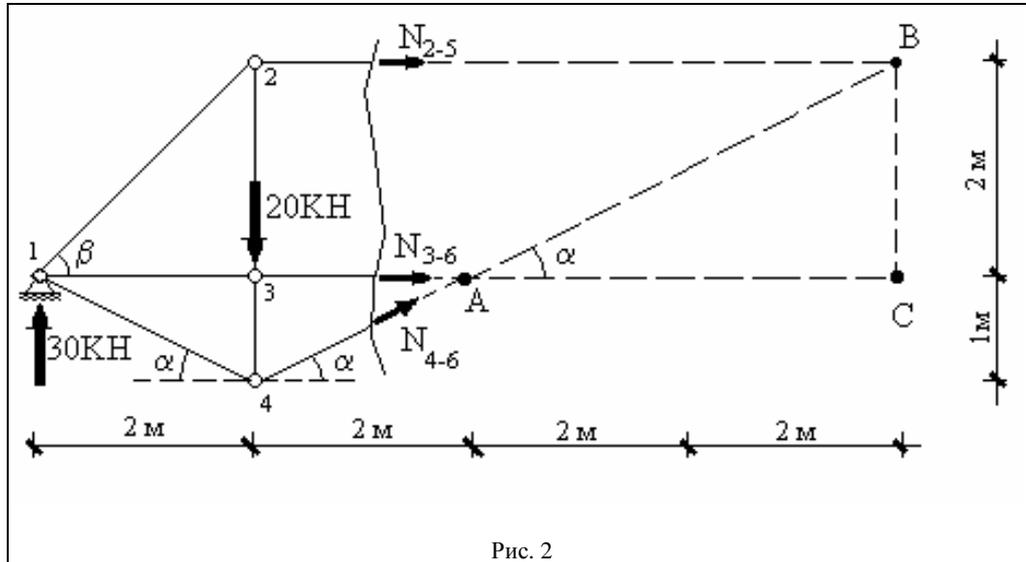


Рис. 2

Из уравнения моментов относительно точки А $30\text{кН} \cdot 4\text{м} - 20\text{кН} \cdot 2\text{м} + N_{2-5} \cdot 2\text{м} = 0$ находим $N_{2-5} = -40\text{кН}$, а из уравнения моментов относительно точки В (ее положение легко определяется из подобия треугольников А43 и АВС) $30\text{кН} \cdot 8\text{м} - 20\text{кН} \cdot 6\text{м} - N_{3-6} \cdot 2\text{м} = 0$ находим $N_{3-6} = 60\text{кН}$.

Усилие N_{4-6} можно определить из уравнения проекций всех сил на вертикальную ось $30\text{кН} - 20\text{кН} + N_{4-6} \cdot \sin \alpha = 0$. Угол α можно определить, например, из треугольника АВС: $\alpha = \arctg \frac{2\text{м}}{4\text{м}} = 26,565^\circ$. Следовательно,

$$N_{4-6} = \frac{-10\text{кН}}{\sin(26,565^\circ)} = -\frac{10\text{кН}}{0,4472} = -22,361\text{кН}.$$

Усилия в остальных стержнях левой половины фермы можно найти, например вырезанием узлов 2, 3 и 4.

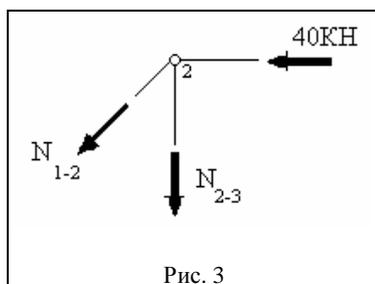


Рис. 3

Рассмотрим равновесие узла 2 (рис. 3). Он соединяет три стержня, но в одном из них усилие уже найдено - усилие в стержне 2-5 является сжимающим и равно 40кН. Следовательно, двух уравнений равновесия этого узла будет достаточно, чтобы определить усилия в двух других стержнях. Из треугольника 123 следует, что $\beta = 45^\circ$. Составим уравнения проекций сил на горизонтальную и вертикальную оси: $N_{1-2} \cdot \cos 45^\circ + 40\text{кН} = 0$ и $N_{1-2} \cdot \sin 45^\circ + N_{2-3} = 0$. Сопоставляя эти два уравнения, учитывая, что $\sin 45^\circ = \cos 45^\circ$, получим:

$$N_{2-3} = 40 \text{ кН} \text{ и } N_{1-2} = \frac{-40 \text{ кН}}{\cos 45^\circ} = \frac{-40 \text{ кН}}{0,7071} = -55,861 \text{ кН}.$$

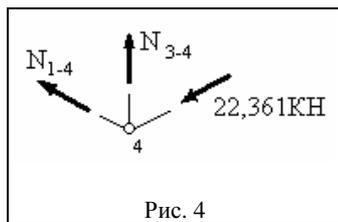


Рис. 4

Рассмотрим равновесие узла 4 (рис. 4). Он также соединяет три стержня, но в одном из них усилие уже найдено - усилие в стержне 4-6 является сжимающим и равно 22,361 кН. Следовательно, двух уравнений равновесия этого узла будет достаточно, чтобы определить усилия в двух других стержнях.

Из уравнения проекций сил на горизонтальную ось $22,361 \text{ кН} \cdot \cos 26,565^\circ + N_{1-4} \cdot \cos 26,565^\circ = 0$ следует: $N_{1-4} = -22,361 \text{ кН}$. Из уравнения проекций сил на вертикальную ось $-22,361 \text{ кН} \cdot \sin 26,565^\circ + N_{1-4} \cdot \sin 26,565^\circ + N_{3-4} = 0$ следует: $N_{3-4} = 2 \cdot 22,361 \text{ кН} \cdot \sin 26,565^\circ = 22,361 \text{ кН} \cdot 0,4472 \cdot 2 = 20 \text{ кН}$

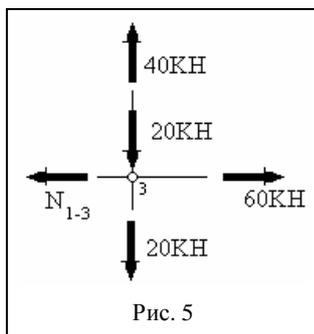


Рис. 5

Теперь рассмотрим равновесие узла 3 (рис. 5). Усилия в трех стержнях из четырех, соединяющихся в этом узле, уже известны. Из уравнения проекций всех сил на горизонтальную ось находим $N_{1-3} = 60 \text{ кН}$. Запишем уравнение проекций сил на вертикальную ось: $40 \text{ кН} = 20 \text{ кН} + 20 \text{ кН}$. Полученное равенство является истинным, что подтверждает правильность полученных значений

усилий в стержнях ферм.

Итак, значения усилий в стержнях левой половины фермы определены. Усилия в стержнях на правой половине фермы находятся исходя из симметрии фермы и симметричности приложенной к ней нагрузки. Значения усилий (кН), определенные в результате расчета, приводятся на рис. 6.

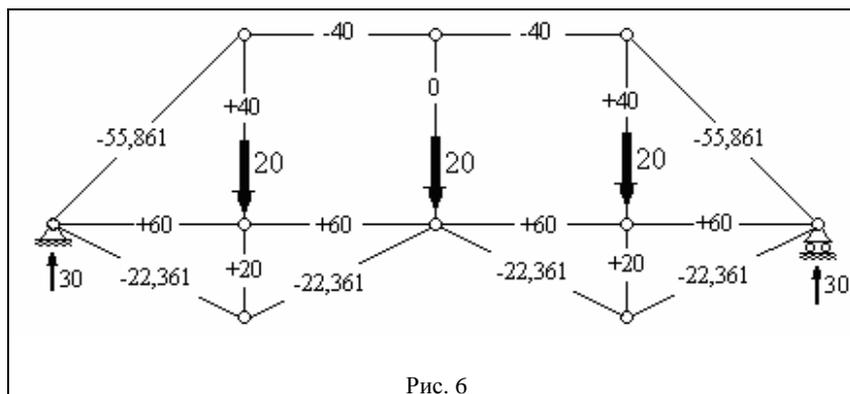


Рис. 6

Проверки правильности определения усилий в стержнях фермы также можно осуществить вырезанием узлов или использованием способа сечений.